**Dokumentacja**

**Zadanie III.9.** Zagadnienie różniczkowe

rozwiązać na przedziale metodą Eulera oraz zmodyfikowaną metodą Eulera, zwaną metodą punktu środkowego.

Wynik porównać z rozwiązaniem dokładnym .

**Nazewnictwo elementarne**

* - zakres na osi x pomiędzy którym będą przeprowadzane poszukiwania rozwiązania
* − liczba ustalona przez użytkownika by zwiększyć przybliżenie
* - równoodległe punkty z przedziału
* - rozwiązanie dokładne zagadnienia różniczkowego

**Podstawowa metoda Eulera(1)**

Równanie postaci y' = f(x, y) \, o warunkach początkowych (x_0, y_0): y_0 = y(x_0) \,, kolejne punkty z krokiem h na osi x. Zatem: x_{n+1} = x_n + h \, Ponieważ - z definicji pochodnej y' = \frac{\Delta y}{h}czyli zarazemf(x_n, y_n) = y' = \frac{\Delta y}{h} Po przekształceniu: \Delta y = h f(x_n, y_n) \, Ponieważ szukamy wzoru na y_{n+1}, zatem do wzoru y_{n+1} = y_n + \Delta y podstawiamy wyżej wyliczone \Delta y i otrzymujemy ostatecznie równanie: y_{n+1} = y_n + h f(x_n, y_n) \,

Porównując otrzymany wynik z rozwinięciem Taylora otrzymujemy:  y_{n+1} = y(x_{n+1}) = y(x_n + h) = y_n + hf(x_n,y_n) + \frac{f^{(2)}(\xi)}{2}h^{2} gdzie  x_n <{\xi}< x_{n+1}\, co oznacza, że przybliżenie wartości  y(x_{x+1})  ma błąd rzędu  h^{2} . Świadczy to o tym, że obranie mniejszego przedział kroku da w rezultacie dokładniejszy wynik.

**Zmodyfikowana metoda Eulera(1)**

Zgodnie z tą metodą, \Delta y obliczamy jako:

\Delta y = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + f(x_m, y_m)\frac{h}{2}) h